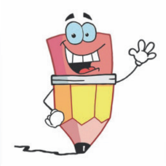
Intentions pédagogiques



Les Activités

Observer • Découvrir • Prévoir le cours

2 Découvrir les propriétés d'un tableau de proportionnalité

Recopie et complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous en appliquant les méthodes de calcul proposées :

Pommes		
Masse (en kg)	7	14
Prix (en LL)	21 000	

Bananes			
Masse (en kg)	5	3	8
Prix (en LL)	7 500	4 500	

Les Savoirs

Connaître les notions de base
Maîtriser : règles, formules, théorèmes

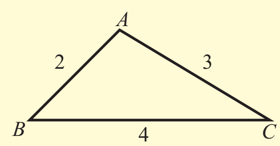
II Propriétés d'un triangle

* Propriété métrique (Inégalité triangulaire)

Dans n'importe quel triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Ainsi, par exemple, dans le triangle ABC, on a :

- $BC < BA + AC$: $4 < 2 + 3$
- $AB < AC + CB$: $2 < 3 + 4$
- $AC < AB + BC$: $3 < 2 + 4$



Les Savoir-faire

Apprendre à appliquer le cours • Rédiger une solution

3 SAVOIR Résoudre une équation du type $a\,x + b = c\,x + d$

Énoncé : Résoudre l'équation $5\,x + 2 = 2\,x - 10$.

Solution :

Résolution par succession d'équations équivalentes	Commentaires
$5\,x + 2 = 2\,x - 10$ $5\,x - 2\,x = -10 - 2$	On isole les termes inconnus dans un membre, et les termes connus dans l'autre membre
$3\,x = -12$	On réduit chaque membre
$\dfrac{3\,x}{3} = \dfrac{-12}{3}$	On divise les deux membres par le coefficient de x (étant non nul)
$x = -4$	On donne la solution

Intentions pédagogiques

Savoir Appliquer

Appliquer • S'entraîner • Trouver des méthodes

7

1° Recopier et compléter le tableau selon le modèle proposé :

Proportion	Premier terme	Deuxième terme	Troisième terme	Quatrième terme
$\frac{6}{9}=\frac{8}{12}$	6	9	8	12
$\frac{6}{8}=\frac{9}{12}$	...	...	...	...
$\frac{12}{9}=\frac{8}{6}$	...	...	...	...
...	9	6	12	8

2° Nommer les termes moyens et les termes extrêmes de la proportion $\frac{6}{9}=\frac{8}{12}$.

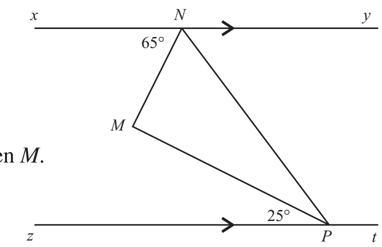
Savoir Être Compétent

Approfondir • Chercher • Évaluer ses connaissances

26 Sur la figure ci-contre, on a :

- $(xy) // (zt)$
- $\widehat{MNx} = 65°$
- $\widehat{MPz} = 25°$.

Montrer que le triangle *MNP* est rectangle en *M*.



Raisonner

Vrai / Faux • QCM • Justifier • Démontrer

12 *ATM* est un triangle rectangle en *T* tel que, en cm : $TA = 5$; $TM = 12$; $AM = 13$.

On désigne par *P* le périmètre de ce triangle et par *S* son aire.

Pour chaque question, choisir la bonne réponse en justifiant :

1° $P =$ ......?	60 cm	60 cm^2	30 cm	30 cm^2.
2° $S =$ ......?	60 cm	60 cm^2	30 cm	30 cm^2.

Rallye mathématique

Alpha chiffres

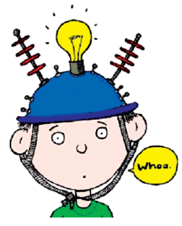
Chaque lettre A , B , C , D , E , F , G , H et I représente un seul nombre entier de 1 à 9.
Associez chaque lettre à chaque nombre sachant que:

A × B = C ; D × D = E ; A × F = B × D ; A + G = H.

Chapitre 4

Les Puissances

Le grain de blé sur l'échiquier



Les Savoirs

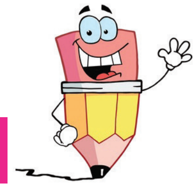
I. Carré et cube d'un nombre.
II. Puissance d'un nombre.
III. Première règle de priorité.
IV. Deuxième règle de priorité.
V. Règles de calcul.
VI. Puissances du nombre 10.

Les Savoir-faire

Savoir calculer en appliquant les règles de priorité.
Savoir calculer avec des parenthèses.
Savoir décomposer une puissance en un produit de puissances.
Savoir calculer de deux façons avec les puissances.
Savoir multiplier un nombre par une puissance de 10.
Savoir diviser un nombre par une puissance de 10.

Chapitre 4

Les Puissances



Activités

1 **Relie chaque expression à sa valeur numérique :**

Le double de 5	•	•	10
Le carré de 5	•	•	15
Le triple de 5	•	•	25
Le cube de 5	•	•	125

2 **Observe, puis complète de la même façon :**

	$\div 10$		$\div 10$		$\div 10$		$\div 10$		$\div 10$	
100 000 10^5	$\rightarrow$	10 000 10^4	$\rightarrow$	....	$\rightarrow$	....	$\rightarrow$	....	$\rightarrow$	....

3 **Observe, puis complète :**

•	• •	• • • •			
1	2	4	8	16	32
2^0	2^1	2^2	$2^{\cdots}$	$2^{\cdots}$	$2^{\cdots}$

$\times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2$

4 **Observe les égalités, puis complète de la même façon :**

$10^3 \times 10^2 = 10^{3+2}$

* $10^3 \times 10^2 = (10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10) = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$.

* $2^3 \times 2^4 =$ ....

* $1{,}5^3 \times 1{,}5^2 =$ ....

5 **Observe les égalités, puis complète de la même façon :**

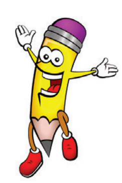
$(10^3)^2 = 10^{3 \times 2}$

* $(10^3)^2 = 10^3 \times 10^3 = 10^{3+3} = 10^6$.

* $(2^4)^2 =$ ....

* $[1{,}5^2]^3 =$ ....

6 **Observe les égalités, puis complète de la même façon :**



$(2 \times 10)^3 = 2^3 \times 10^3$

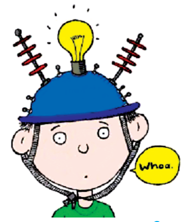
* $(2 \times 10)^3 = (2 \times 10) \times (2 \times 10) \times (2 \times 10) = (2 \times 2 \times 2) \times (10 \times 10 \times 10) = 2^3 \times 10^3$.

* $(3 \times 5)^2 =$ ....

* $(4 \times 7)^3 =$ ....

Chapitre 4

Les Puissances



Les Savoirs

I Carré et cube d'un nombre

* Le carré d'un nombre a, noté a^2, est le produit de ce nombre par lui-même :

$$a^2 = a \times a$$

$a^2 = a \times a$

Exemples: $10^2 = 10 \times 10 = 100$; $(1{,}5)^2 = 1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25$.

* Le cube d'un nombre a, noté a^3, est le produit de trois facteurs égaux à ce nombre :

$a^3 = a \times a \times a$

$$a^3 = a \times a \times a$$

Exemples: $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$; $(1{,}5)^3 = 1{,}5 \times 1{,}5 \times 1{,}5 = 3{,}375$.

II Puissance d'un nombre

On désigne par a un nombre quelconque, et par n un entier naturel supérieur à 1 ($n > 1$).

* La notation puissance a^n représente le produit de n facteurs tous égaux au nombre a :

$$\boldsymbol{a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$$

Vocabulaire: a^n est la puissance de base a et d'exposant n.

Exemple: La puissance de base 2 et d'exposant 5 s'écrit 2^5.

On a : $2^5 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{5 \text{ facteurs}} = 32$.

a^n : $n \rightarrow$ exposant ; $a \rightarrow$ base

* Deux cas particuliers : $0^n = 0$ et $1^n = 1$

* Deux conventions : $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ avec $a \neq 0$

l'écriture 0^0 n'a pas de sens

Exemples: $7^0 = 1$; $7^1 = 7$; $(1{,}5)^0 = 1$; $(1{,}5)^1 = 1{,}5$.

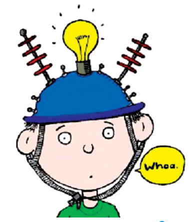
III Première règle de priorité

En l'absence de parenthèses, le calcul des puissances a la priorité sur les quatre opérations élémentaires (+ ; − ; × ; ÷).

Exemples:

$A = 20 + 2^3$	$B = 6^2 - 3^3$	$C = 2{,}5 \times 10^2$	$D = 6^3 \div 2^4$
$A = 20 + 8$	$B = 36 - 27$	$C = 2{,}5 \times 100$	$D = 216 \div 16$
$A = 28$	$B = 9$	$C = 250$	$D = 13{,}5$

Chapitre 4



Les Puissances

Les Savoirs

IV Deuxième règle de priorité

En présence de parenthèses, le calcul des expressions entre parenthèses se fait en priorité, tout en respectant la première règle de priorité.

Exemple: Calculons l'expression : $F = (5^2 - 3 \times 2^3)^7$.

Première étape	Deuxième étape	Troisième étape
$F = (25 - 3 \times 8)^7$	$F = (25 - 24)^7$	$F = (1)^7 = 1$

V Règles de calcul

On désigne par a et b deux nombres quelconques non nuls, et par m et n deux entiers naturels.

	Formules	Exemples
Produit de puissances (Même base)	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$7^2 \times 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$ $2 \times 2^9 = 2^{1+9} = 2^{10}$
Puissance d'une puissance	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(7^2)^3 = 7^{2 \times 3} = 7^6$ $(2^3)^5 = 2^{3 \times 5} = 2^{15}$
Puissance d'un produit (Même exposant)	$(a \times b)^m = a^m \times b^m$	$(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3$ $2^4 \times 7^4 = (2 \times 7)^4$

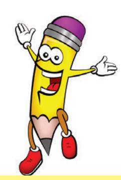
VI Puissances du nombre 10

On désigne par n un entier naturel supérieur à 1.

* $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots\ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{00\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}}.$

n entier naturel :
10^n, c'est 1 suivi de n zéros.

Exemple: $10^4 = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10}_{4 \text{ facteurs}} = 1\underbrace{0\,000}_{4 \text{ zéros}}$



* Deux règles de calcul : $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$ $\qquad (10^m)^n = 10^{m \times n}$

Exemples: $10^2 \times 10^4 = 10^{2+4} = 10^6$; $(10^2)^4 = 10^{2 \times 4} = 10^8$.

* Deux conventions : $10^1 = 10$ et $10^0 = 1$.

10^2 : cent
10^3 : mille
10^6 : un million
10^9 : un milliard

Chapitre 4

Les Puissances

Les Savoir-faire

1 SAVOIR Calculer en appliquant les règles de priorité.

Énoncé : Calculer l'expression numérique : $E = 6 + 6^3 \div 4 - 3 \times 2^4$.

Solution :

Méthode	Exécution
En l'absence de parenthèses, on effectue dans l'ordre :	$E = 6 + 6^3 \div 4 - 3 \times 2^4$
* Les puissances →	$E = 6 + 216 \div 4 - 3 \times 16$
* Les multiplications et les divisions →	$E = 6 + 54 - 48$
* Les additions et les soustractions →	$E = 60 - 48$
	$E = 12$

2 SAVOIR Calculer avec des parenthèses.

Énoncé :
1. Comparer les nombres : $a = (5 + 3)^2$ et $b = 5^2 + 3^2$.
2. Comparer les nombres : $c = (7 - 4)^3$ et $d = 7^3 - 4^3$.

Solution :

1.	$a = (5 + 3)^2$ $a = 8^2$ $a = 64$	$b = 5^2 + 3^2$ $b = 25 + 9$ $b = 34$	Comme $64 > 34$ Alors $a > b$
2.	$c = (7 - 4)^3$ $c = 3^3$ $c = 27$	$d = 7^3 - 4^3$ $d = 343 - 64$ $d = 279$	Comme $27 < 279$ Alors $c < d$

Remarque: D'une façon générale : $(a + b)^n \neq a^n + b^n$
$(a - b)^n \neq a^n - b^n$

3 SAVOIR Décomposer une puissance en un produit de puissances.

Énoncé : Écrire la puissance 2^8 sous la forme d'un produit de deux puissances du nombre 2.

Solution : * Écrivons l'exposant 8 sous la forme d'une somme de deux entiers naturels :

8 : $0 + 8$; $1 + 7$; $4 + 4$; $2 + 6$; $3 + 5$

* On en déduit :

2^8 : $2^0 \times 2^8$; $2^1 \times 2^7$; $2^4 \times 2^4$; $2^2 \times 2^6$; $2^3 \times 2^5$

Méthode : Si n, p et q sont trois entiers naturels tels que $n = p + q$,
Alors $a^n = a^p \times a^q$ pour tout nombre a non nul.

Chapitre 4

Les Puissances

Les Savoir-faire

4 SAVOIR Calculer de deux façons avec les puissances.

<u>Énoncé</u> : Calculer de deux façons l'expression : $E = 4^6 \times 0{,}5^6$.

<u>Solution</u> :

Première façon

On applique les règles de priorité :
$E = 4^6 \times 0{,}5^6$
$E = 4\,096 \times 0{,}015\,625$
$E = 64$

Deuxième façon

On applique les règles de calcul sur les puissances :
$E = 4^6 \times 0{,}5^6$
$E = (4 \times 0{,}5)^6$
$E = 2^6$
$E = 64$

C'est plus facile

5 SAVOIR Multiplier un nombre par une puissance de 10.

<u>Méthode</u> : Multiplier un décimal par 10^n, avec n entier naturel, revient à faire avancer la virgule de n rangs vers la droite, tout en plaçant des zéros si c'est nécessaire.

<u>Énoncé</u> : Calculer les produits : $P = 25 \times 10^4$; $R = 3{,}25 \times 10^5$

<u>Solution</u> :

* <u>Produit</u>	<u>Technique</u>	<u>Résultat</u>
$P = 25 \times 10^4$	25,000 000 4 rangs	$P = 250\,000$

* <u>Produit</u>	<u>Technique</u>	<u>Résultat</u>
$R = 3{,}25 \times 10^5$	3,250 000 5 rangs	$R = 325\,000$

6 SAVOIR Diviser un nombre par une puissance de 10.

<u>Méthode</u> : Diviser un décimal par 10^n, avec n entier naturel, revient à faire reculer la virgule de n rangs vers la gauche, tout en plaçant des zéros si c'est nécessaire.

<u>Énoncé</u> : Calculer les quotients : $Q = 3\,750 \div 10^6$; $S = 8{,}25 \div 10^3$.

<u>Solution</u> :

* <u>Quotient</u>	<u>Technique</u>	<u>Résultat</u>
$Q = 3\,750 \div 10^6$	00,003 750, 6 rangs	$Q = 0{,}003\,75$

* <u>Quotient</u>	<u>Technique</u>	<u>Résultat</u>
$S = 8{,}25 \div 10^3$	00,008,25 3 rangs	$S = 0{,}008\,25$

Chapitre 4

Puissances

Savoir Appliquer

Calculs et Priorités

1

Recopier et compléter les phrases suivantes :

a) 5^4 est la puissance de base .... et d'exposant ....

b) 4^5 est le produit de .... facteurs égaux au nombre ....

2

Écrire chaque nombre à l'aide de la notation puissance :

$a = 4 \times 4 \times 4$; $b = 3 \times 3 \times 3 \times 3$; $c = 3 + 3 + 3$; $d = 4 + 4 + 4 + 4$.

3

1° Calculer le carré de 4, puis le cube de 5.

2° En déduire, sans nouveaux calculs : 40^2 ; $0{,}4^2$; 50^3 ; $0{,}5^3$.

4

1° Calculer chacune des expressions :

$A = 7^1 - 1^7 + 7^0$; $B = 2\,020^1 + 2\,020^0 - 1^{2\,020}$.

2° Peut-on calculer l'expression $C = (7 - 2 \times 3{,}5)^0$? Pourquoi ?

5

1° Calculer : 7^2 ; 7^3 ; $1{,}5^2$; $1{,}5^3$.

2° Utiliser les résultats précédents pour vérifier l'égalité :

$7^3 - 1{,}5^3 = (7 - 1{,}5) \times (7^2 + 7 \times 1{,}5 + 1{,}5^2)$.

6

Vérifier que les expressions suivantes sont quatre écritures différentes du nombre 365 :

$E = 10^2 + 11^2 + 12^2$; $F = 13^2 + 14^2$

$G = (1^2 + 2^2) \times (3^2 + 8^2)$; $H = (13 + 14)^2 - 2 \times 13 \times 14$.

7

1° Calculer : 4^0 ; 4^1 ; 4^2 ; 4^3 ; 4^4 .

2° Vérifier l'égalité : $(4^3 + 4^2 + 4^1 + 4^0) \times (4^1 - 4^0) = 4^4 - 1$.

Chapitre 4

Puissances

Savoir Appliquer

Appliquer les règles de calculs

8 Écrire chaque expression sous la forme d'une seule puissance :

1° $A = 7^2 \times 7^4$; $B = 7^3 \times 7^3$; $C = 7 \times 7^3 \times 7^2$; $D = 7^4 \times 7^4 \times 7^4$.

2° $E = (7^2)^4$; $F = (7^3)^3$; $G = (7 \times 7^3)^2$; $H = (7^4 \times 7^4)^4$.

9 1° Calculer : 5^2 ; 5^3 ; 5^4.

2° Écrire chaque produit sous la forme d'une puissance de 5 :

$M = 25 \times 125$; $N = 25 \times 125 \times 625$; $P = 25^3 \times 125^2$.

10 1° Calculer : 3^0 ; 3^1 ; 3^2 ; 3^3 ; 3^4.

2° Utiliser les résultats précédents pour vérifier les égalités : a) $9^6 = 27^4$; b) $(3^3)^4 = 81^3$.

11 Écrire sans parenthèses chacune des expressions :

$U = (2 \times x)^2$; $V = (2 \times x)^3$; $W = (2 \times x)^4$

$X = (3 \times a \times b)^2$; $Y = (3 \times a \times b)^3$; $Z = (3 \times a \times b)^4$.

12 Exprimer sous la forme a^n où a et n sont des entiers naturels :

$I = 2^4 \times 7^4$; $J = 2^5 \times 3^5 \times 5^5$; $K = 4^6 \times 1{,}5^6$; $L = 2^3 \times 3^3 \times 2{,}5^3$.

13 Calculer astucieusement chacun des produits suivants :

1° $R = 2^7 \times 0{,}5^7$; $S = 0{,}4^{12} \times 2{,}5^{12}$. 2° $T = 4^6 \times 0{,}5^6$; $U = 0{,}8^5 \times 2{,}5^5$.

14 Écrire la puissance 3^5 sous la forme $3^p \times 3^q$ où p et q sont deux entiers naturels.
Donner toutes les possibilités.

15 1° Vérifier que : $0{,}2^6 \times 5^6 = 1$.

2° Utiliser le résultat précédent pour calculer les expressions :

$P = 0{,}2^6 \times 5^7$; $Q = 0{,}2^7 \times 5^6$; $R = 0{,}2^6 \times 5^8$; $S = 0{,}2^8 \times 5^6$.

16 Écrire chacun des doubles suivants sous la forme d'une puissance de 2 :

$D = 2^5 + 2^5$; $E = 2^{12} + 2^{12}$; $F = 2^{25} + 2^{25}$.

Chapitre 4

Puissances

Savoir Appliquer

Puissances de 10

17 Écrire chaque nombre sous la forme d'une puissance de 10 :

1° dix mille ; cent mille ; dix millions ; cent millions .

2° 1 000 ; 1 000 000 ; 100 000 000 ; 10 000 000 000 .

18 Montrer que chacune des expressions suivantes représente une puissance de 10 :

1° $A = 10^3 \times 10^5$; $B = 10^7 \times 10^7$; $C = 10 \times 10^3 \times 10^2$.

2° $D = (10^3)^5$; $E = (10^7)^2$; $F = (1 \times 10^3)^2$.

19 Donner l'écriture décimale de chacun des entiers naturels :

$M = 3 \times 10^5 + 7 \times 10^3 + 4 \times 10^1$; $N = 8 \times 10^8 + 6 \times 10^6 + 4 \times 10^4 + 2 \times 10^2$.

20 Donner l'écriture décimale de chacun des nombres :

1° $m = 0{,}275 \times 10^2$; $n = 0{,}275 \times 10^4$. 2° $p = 3\,500 \div 10^3$; $q = 3\,500 \div 10^5$.

Savoir Être Compétent

21 Répondre par Vrai ou Faux à chacun des énoncés suivants :

1° L'expression $(1 + 2)^2$ est égale à $1^2 + 2^2$.

2° L'expression $(1 + 2)^2$ est égale à $1^3 + 2^3$.

3° Le cube de 4 est égal au carré de 8.

4° $3\,750\,000 \div 10^3 = 3{,}75 \times 10^3$.

22 Dans chaque cas, recopier et compléter l'égalité par l'entier naturel convenable :

a) $12 \times 12^3 \times 12^{\cdots} = 12^8$ b) $3^5 \times 7^{\cdots} = 21^5$

c) $(7 - \ldots)^5 = 0$ d) $(7 - \ldots)^5 = 1$ e) $(7 - 5)^{\cdots} = 1$.

23 Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
Choisir la bonne réponse en justifiant le choix :

1°	$15^2 - 10^2 = \ldots$	a) 5	b) 5^2	c) 5^3
2°	$10^{12} = \ldots$	a) $10^6 + 10^6$	b) $(10^6)^2$	c) 2×10^6
3°	$7^3 = \ldots$	a) $7 + 7 + 7$	b) 7×7^2	c) 7×3
4°	2 500 peut s'écrire …	a) $2{,}5 \div 10^3$	b) 25×10^3	c) $2{,}5 \times 10^3$

Chapitre 4

Puissances

Savoir Être Compétent

24 Calculer chacune des expressions numériques suivantes :

$A = (4^3 + 2{,}5^3) \div (4^2 + 2{,}5^2 - 4 \times 2{,}5)$

$B = (2^3 - 2 \times 3)^5 \div (2^3 - 2 \times 3)^3$

$C = (2 \times 4 \times 5)^2 - 2 \times (4 \times 5)^2 - 2 \times 4 \times 5^2$

$D = 8^3 + 3 \times 8 \times 7^2 - 3 \times 8^2 \times 7 - 7^3$.

25 Traduire chaque phrase par une expression numérique, puis calculer sa valeur :

A : Le double du carré de 6. B : Le carré du double de 6.

C : Le triple du cube de 6. D : Le cube du triple de 6.

26 On considère les deux nombres : $a = 2{,}5 \times 10^5$ et $b = 4 \times 10^4$.

Vérifier que : i. $a + b = 29 \times 10^4$; ii. $a - b = 21 \times 10^4$

iii. $a \times b = 10^{10}$; iv. $a \div b = 625 \div 10^2$.

27 Recopier et compléter chaque égalité par l'exposant convenable :

a) $0{,}000\,375 \times 10^{\cdots} = 375$; b) $6\,500 \div 10^{\cdots} = 6{,}5$

c) $8{,}25 \times 10^{\cdots} = 82\,500$; d) $23\,500 \div 10^{\cdots} = 0{,}023\,5$.

28 Calculer la différence de la moitié du carré de 12 et du carré de la moitié de 12.